



Les applications du vote médian

Stéphane Rouillon, Ph. D.





Les applications du vote médian

Pséphologie 101 - Édition 2014

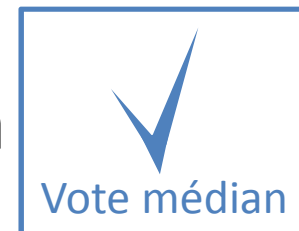


Décision collective => élection

Fonction: Déterminer la volonté collective

Mécanique: Qui? Où? Quand? Comment?

Méthode: Mode de scrutin

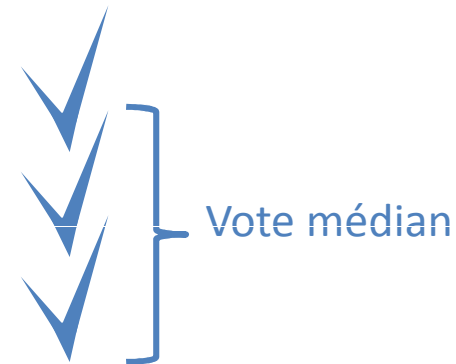


Systeme = Mécanique + Méthode



Différents types de décisions

- 1) Dichotomie binaire
- 2) Recherche médiane
- 3) Dilemme à choix multiples
- 4) Budget participatif
- 5) Identification de nominés
- 6) Sélection de représentants
- 7) Tracé de frontières





Dichotomie binaire

Déterminer:

la valeur optimale
parmi deux

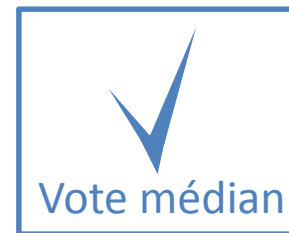
=> scrutin uninominal à un tour (FPTP)

Recherche médiane

Déterminer:

la valeur optimale
parmi un ensemble continu

=> vote médian





Fonction médiane

7 valeurs:

14 14 16 18 19 20 21

Médiane rang 1:

~~14~~ ~~14~~ ~~16~~ 18 ~~19~~ ~~20~~ ~~21~~

Médiane rang 3:

~~14~~ ~~14~~ 16 18 19 ~~20~~ ~~21~~

17,66

6 valeurs:

0 60 80 96 100 100

Médiane rang 2:

~~0~~ ~~60~~ 80 96 ~~100~~ ~~100~~

88

Médiane rang 4:

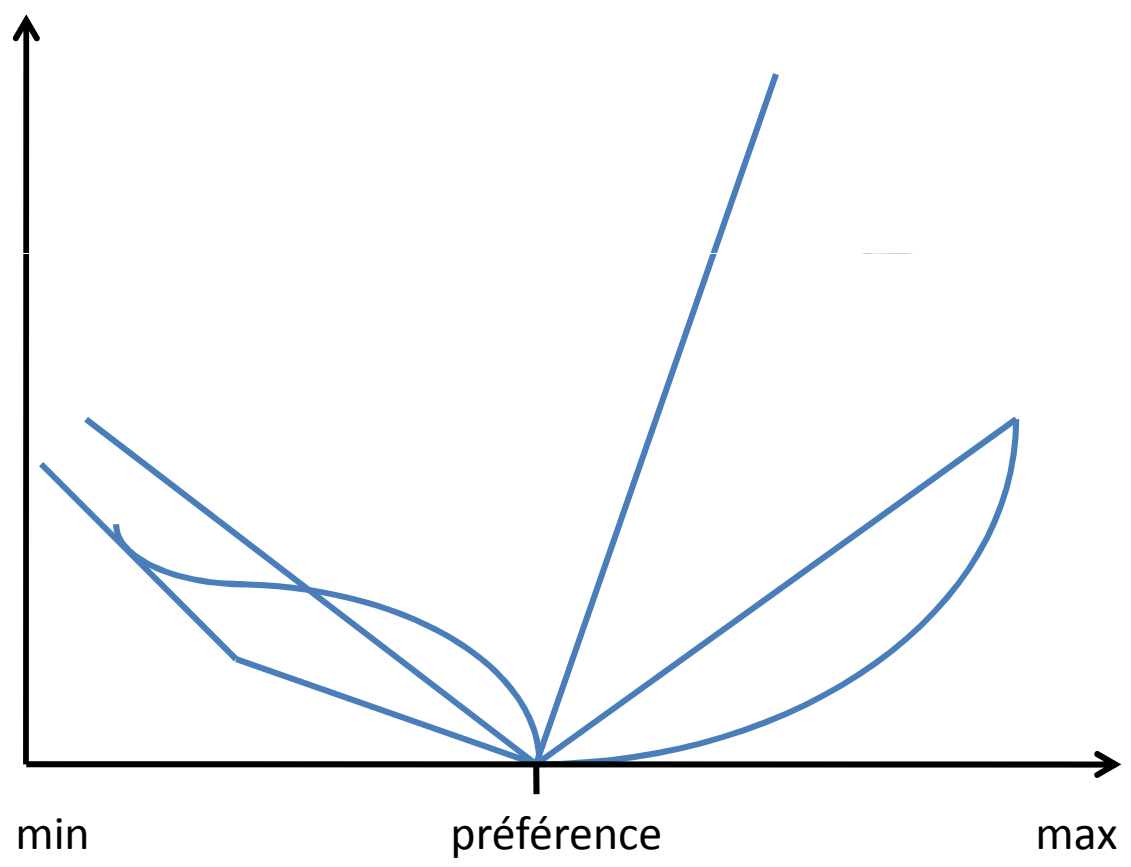
~~0~~ 60 80 96 100 ~~100~~

84



L'insatisfaction augmente en s'éloignant de la préférence

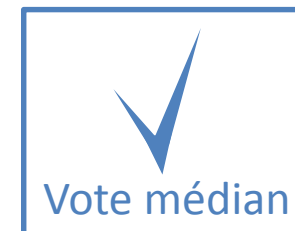
insatisfaction



Problèmes typiques

- l'âge de l'éligibilité à voter ou à avorter;
- le nombre de nominations pour un gala;
- le nombre de conseillers pour une ville.

=> Simulation de vote médian





Dilemme à choix multiples

Déterminer:

la première position ou un classement
parmi plusieurs choix

⇒ Combattre le vote stratégique dû à la non-monotonie
(clonage, cohérence, indifférence, exagération)



Trois familles parmi les méthodes à vainqueur unique (bulletin)

1) Vote par Sélection

Angela	<input type="radio"/>
Bernard	<input checked="" type="radio"/>
Claude	<input type="radio"/>
...	<input type="radio"/>

2) Vote par Classement

Angela	<input type="radio"/>
Bernard	<input type="radio" value="1"/>
Claude	<input type="radio" value="2"/>
...	<input type="radio"/>

3) Vote par Note

Angela	<input type="radio" value="0"/>
Bernard	<input type="radio" value="41"/>
Claude	<input type="radio" value="99"/>
...	<input type="radio"/>



Méthodes de vote par Sélection (X)

S1) Scrutin uninominal à un tour

S2) Scrutin par approbation

S3) Scrutin uninominal à deux tours



S1: Scrutin uninominal à un tour

bulletin

Angela	<input type="radio"/>
Bernard	<input checked="" type="radio"/>
Claude	<input type="radio"/>
...	<input type="radio"/>

résultat (100 votes)

Angela	39
Bernard	35
Claude	26
...	

Garantit une pluralité, non une majorité.
Subit la division des voix.

S2: Scrutin par approbation

bulletin

Angela	<input type="radio"/>
Bernard	<input checked="" type="radio"/>
Claude	<input checked="" type="radio"/>
...	<input type="radio"/>

résultat

Angela	52
Bernard	59
Claude	51
...	

Utilisé pour élire le secrétaire général de l'ONU.
Dépend de la stratégie adoptée par les votants.

S3: Scrutin uninominal à deux tours

Second tour

Angela	<input type="radio"/>
Bernard	<input checked="" type="radio"/>

Angela	42
Bernard	58

Préférences:

1: Angela > Bernard

38: Angela > Claude


10: Bernard > Angela

25: Bernard > Claude

3: Claude > Angela

23: Claude > Bernard

Garantit une majorité mais peut rater un candidat majoritaire contre tous les autres.



Méthodes de vote par Classement (1^{er} , 2^{ème} , ...)

C1) Scrutin préférentiel

C2) Méthode de Borda (par pondération)

C3) Méthodes de Condorcet



C1: Scrutin préférentiel

Bulletin

Angela	<input type="radio"/>
Bernard	<input checked="" type="radio"/>
Claude	<input checked="" type="radio"/>
Daniel	<input type="radio"/>

100 Préférences:

1^{er} tour

Angela	39
Bernard	35
Claude	25
Daniel	1

2^{ème} tour

Angela	39
Bernard	35
Claude	26

dernier tour:

résultat

Angela	42
Bernard	58

1: A > B

10: B > A

3: C > A

38: A > C

25: B > C

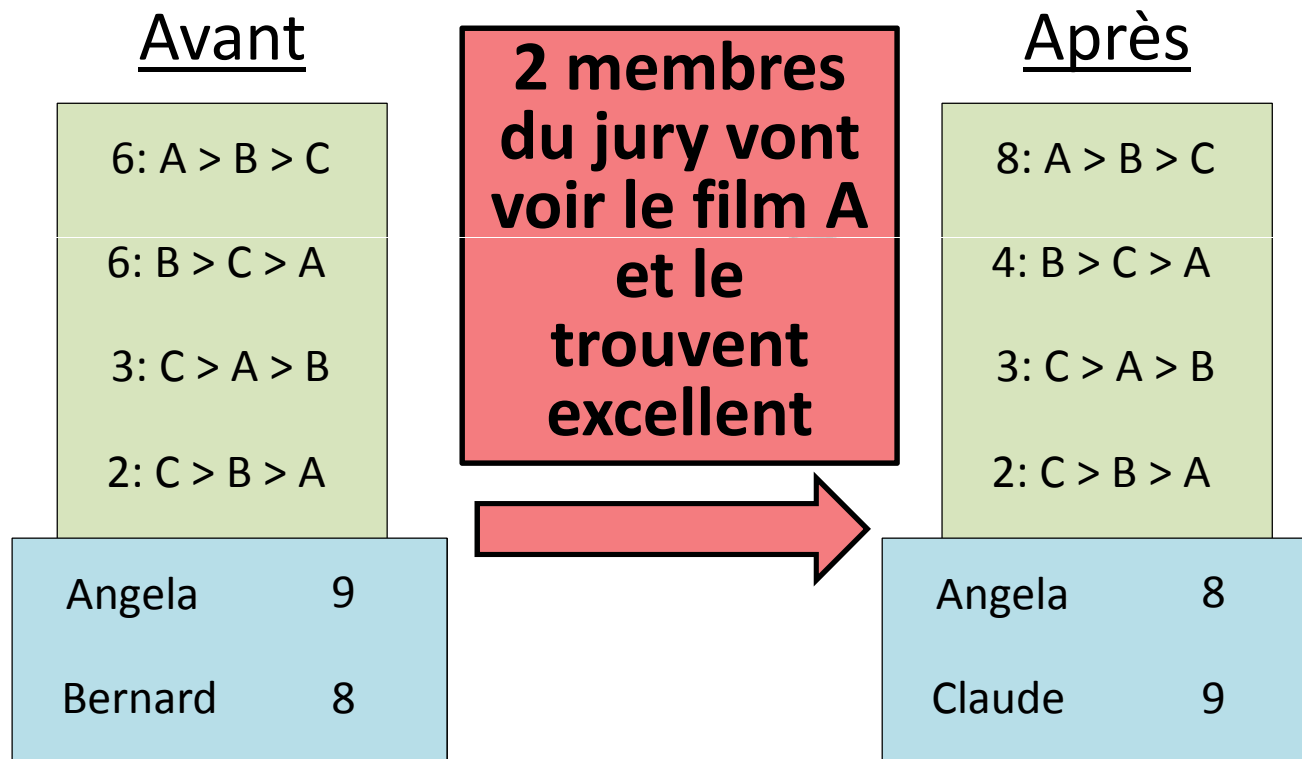
23: C > B

Garantit une majorité, évite dans une moindre mesure la division des voix, mais non-monotone.



Exemple non-monotone de scrutin préférentiel

3 Candidatures (A, B, C) et 17 votants



En votant sincèrement, les 2 transfuges causent la perte de leur favori.



C2: Scrutin par pondération

bulletin

Angela	<input type="radio"/>
Bernard	<input type="radio" value="1"/>
Claude	<input type="radio" value="2"/>

Préférences:

0 pts pour une dernière place
1 pt pour une avant-dernière place
...

1: A > B 38: A > C
10: B > A 25: B > C
3: C > A 23: C > B

résultat

Angela	91 pts
Bernard	94 pts
Claude	115 pts

Monotone, possibilité de compléter un ordonnancement partiel, non-résistant au clonage, vote stratégique moindre que pluralité mais pire que pour le scrutin préférentiel.



Clonage avec un scrutin par pondération (méthode de Borda)

5 Candidatures (A, B1, B2, B3, C) et 7 votants

Un film par catégorie

5: A > B > C

2: B > C > A

Angela	10 pts
Bernard	9 pts
Claude	2 pts

3 comédies musicales sont nominées

Plusieurs films par catégorie

5: A > B1 > B2 > B3 > C

2: B1 > B2 > B3 > C > A

Angela	20 pts
Bernard1	23 pts
Bernard2	16 pts
Bernard3	9 pts
Claude	2 pts

Le problème du clonage est peu important dans le cadre d'un concours.



C3: Méthode de Condorcet

bulletin

Angela	○
Bernard	○ 1
Claude	○ 2

100 Préférences:

Paires verrouillées selon:

- le critère choisi (marge, marge relative, votes vainqueurs, ...)
- la technique de verrouillage (ordre décroissant, ...)

1: A > B	38: A > C
10: B > A	25: B > C
3: C > A	23: C > B

résultat

64-36= 28: Claude > Bernard
58-42= 16: Angela > Bernard
51-49= 2: Claude > Angela

Garantit la victoire d'une candidature majoritaire contre toutes les autres.

Incohérence collective: le cycle de préférences

3 Candidatures (A, B, C) et 3 votants:

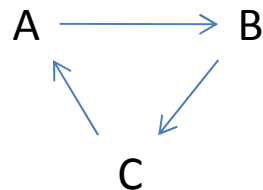
Plus ?

Préférences

1: A > B > C

1: B > C > A

1: C > A > B

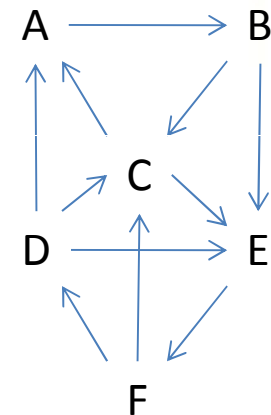


Résultat

1: Angela > Bernard

1: Bernard > Claude

1: Claude > Angela



Non-monotone mais résistant au clonage, vote stratégique restreint mais le choix du critère permet d'interpréter un classement partiel.

Un classement optimal qui peut être très long à identifier et donc une multitude de méthodes pour briser les cycles.



Famille de vote par Note (60/100)

N1) Méthode de la moyenne

N2) Méthode de la médiane

N3) Scrutin par médianes des différences

N1: Méthode de la moyenne

bulletin

Angela	0
Bernard	99
Claude	40
	0

**moyenne
des notes
exprimées**

résultat

Angela	63 pts
Bernard	72 pts
Claude	75 pts
Claude	65 pts

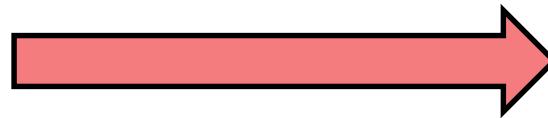
Cohérent, résistant au clonage, vote stratégique par exagération important.

N2: Méthode de la médiane

bulletin

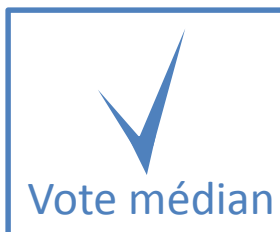
Angela	0
Bernard	99
Claude	41

**médiane
des notes
exprimées**



résultat

Angela	68 pts
Bernard	62 pts
Claude	85 pts



Non-monotone, résistant au clonage, exagération sans conséquence: vote stratégique limité.

Impact d'un vote indifférent

3 votants:

A: ~~6~~ 8 ~~14~~
B: ~~3~~ 5 ~~19~~

Vainqueur par médiane
rang 1:

A: 8
B: 5

4 votants:

A: ~~6~~ 8 14 ~~20~~
B: ~~3~~ 5 19 ~~20~~

Vainqueur par médiane
rang 2:

A: 11
B: 12



C3: Méthode de Condorcet

bulletin

Angela	0
Bernard	1
Claude	2

100 Préférences:

Paires verrouillées selon:

- le critère choisi (marge, marge relative, votes vainqueurs, ...)
- la technique de verrouillage (ordre décroissant, ...)

1: A > B	38: A > C
10: B > A	25: B > C
3: C > A	23: C > B

résultat

64-36= 28: Claude > Bernard
58-42= 16: Bernard > Angela
51-49= 2: Claude > Angela

Garantit la victoire d'une candidature majoritaire contre toutes les autres.

N3: Scrutin par médianes des différences

bulletin

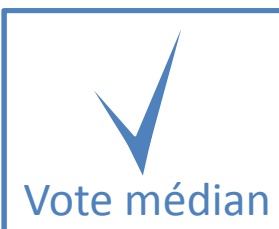
Angela	0
Bernard	99
Claude	41

Paires verrouillées selon:

- le critère choisi (médianes des différences)
- la technique de verrouillage (ordre décroissant)

résultat

7: Claude > Angela
5: Angela > Bernard
4: Bernard > Claude

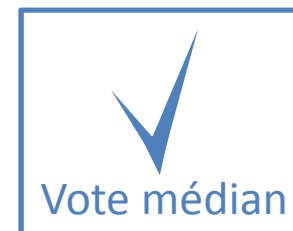


Essentiellement monotone, résistant au clonage, possibilité de tenir compte d'un classement partiel, vote stratégique extrêmement limité, possibilité de garantir la cohérence, expérimental.

Problèmes typiques

- 1 - élection d'un maire;
- 2 - sélection de vainqueur à un gala;
- 3 - remise de médaille aux olympiques;
- 4 - priorisation de projets par des copropriétaires;
- 5 - octroi de contrat.

=> Plusieurs méthodes dont certaines utilisent le vote médian





Mesures de la fiabilité du mode de scrutin

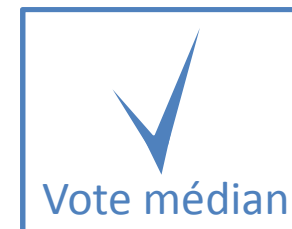
- Nombre d'opportunités stratégiques
- Nombre de votants ayant une opportunité
- Nombre de fois où cela modifierait le résultat

Budget Participatif

Déterminer:

un budget parmi
les champs de dépenses proposés

=> Simulation par regroupement,
priorisation et ventilation





Questions ?

Incohérence collective: le cycle de préférences

3 Candidatures (A, B, C) et 3 votants:

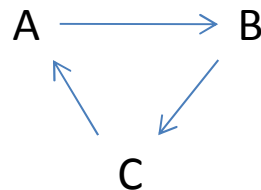
Plus ?

Préférences

1: A > B > C

1: B > C > A

1: C > A > B

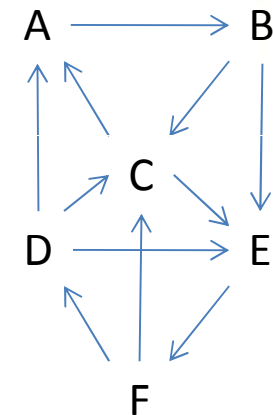


Résultat

1: Angela > Bernard

1: Bernard > Claude

1: Claude > Angela



Non-monotone mais résistant au clonage, vote stratégique restreint mais le choix du critère permet d'interpréter un classement partiel.

Un classement optimal peut être très long à identifier et donc une multitude de méthodes pour briser les cycles.



C1: Scrutin préférentiel

Bulletin

Angela	<input type="radio"/>
Bernard	<input checked="" type="radio"/>
Claude	<input checked="" type="radio"/>
Daniel	<input type="radio"/>

100 Préférences:

1^{er} tour

Angela	39
Bernard	35
Claude	25
Daniel	1

2^{ème} tour

Angela	39
Bernard	35
Claude	26

dernier tour:

résultat

Angela	42
Bernard	58

1: A > B

10: B > A

3: C > A

38: A > C

25: B > C

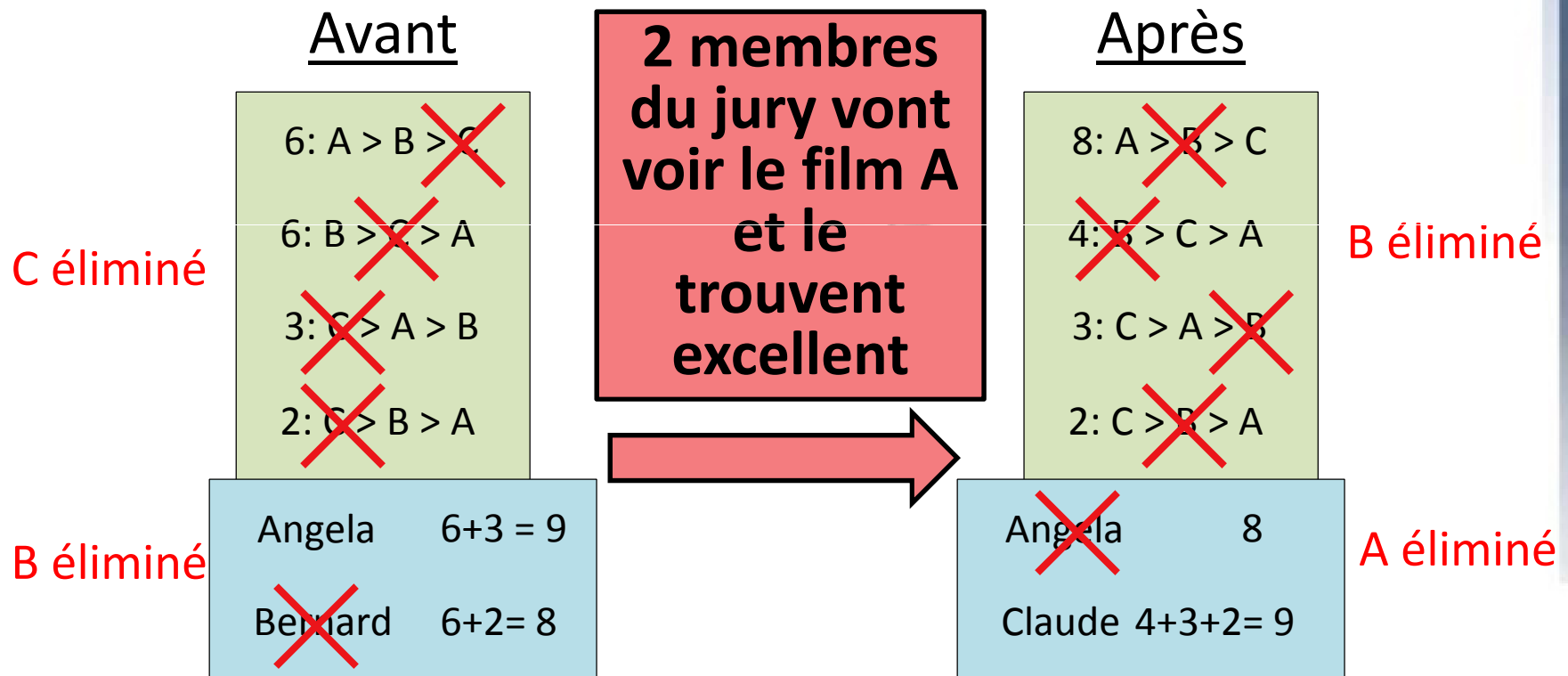
23: C > B

Garantit une majorité, évite dans une moindre mesure la division des voix, mais non-monotone.



Exemple non-monotone de scrutin préférentiel

3 Candidatures (A, B, C) et 17 votants



En votant sincèrement, les 2 transfuges causent la perte de leur favori !